ejercicios ruedan sucesivamente sobre la construccion de las frases simples, sobre las compuestas, sobre las figuras, i sobre las pequeñas narraciones por las cuales empiezan á formar su estilo.

Sesto grado. En este se practica una recapitulacion analítica, en la cual el niño se acostumbra á dar razon de lo que ha aprendido en los ejercicios precedentes.

Se les dan objetos de composicion, en los cuales se reproducen i se aplican la graduacion i encadenamiento de las ideas que han recorrido en los ejercicios precedentes.

Los tres primeros grados tienen por objeto la lectura i escritura, i los siguientes la gramática.

Para hacer bien claras las esplicaciones que deben tener lugar sobre esta materia, basta la inteligencia del cuadro, i casi puede asegurarse que, sin necesidad de testo, adquirirán los niños mas que regulares conocimientos en la etimolojia.

En cuanto á la sintàxis, el profesor harà ejercicios prácticos, haciéndoles escribir frases en que vayan graduadas las dificultades, es decir, que por muchos dias se pondràn algunas en las que el niño tenga que hacer por sì las concordancias de los sustantivos con los adjetivos; por ejemplo: cuando ya practique esto sin equivocacion i aplique las reglas, se pasarà à otras frases en que tenga que concertar nombres con verbos, i asi hasta que se hayan recorrido las reglas de sintàxis.

En la misma forma puede enseñarse la ortografia, tanto mas cuanto que en los mismos ejercicios anteriores hai ocasiones para ir practicando las reglas de esta parte de la gramática.

Por medio de estos procedimientos es seguro que los niños llegaràn à adquirir conocimientos positivos en su idioma.

MANUAL

que contiene los diversos cursos en que se divide la enseñanza de la aritmética mental segun el método de Pestalozzi, i reglas que deben practicar los maestros para hacer buen uso de los cuadros.

INSTRUCCION INTUITIVA POR RELACION DE LOS NUMEROS.

Este estudio enseña al niño, cómo debe representar i llamar las unidades simples i las unidades colectivas, i es el fundamento de todos sus conocimientos en todo lo que es susceptible de aumento ó disminucion. Se le enseña à elevarse desde las unidades i cantidades simples hasta las relaciones mas complicadas de los números complejos, i esto de un modo tan seguro i propio para gravarse fuertemente en su espíritu que viene à ser capaz de encontrar por su propio juicio el resultado de todos los cálculos.

No son reglas incomprensibles ciegamente seguidas, las que sirven de fundamento à sus operaciones; es la intuicion mas clara i completa de las relaciones que él calcula; intuicion que dà à su imajinacion una latitud inmensa en que toma el mas libre vuelo.

Entremos en algunos detalles.

Desde el momento en que el niño comienza à hacer uso de sus sentidos la naturaleza no deja de ponerle à la vista una multitud de objetos que se presentan bajo la relaciones de los números; i hacen nacer en él la idea de unidad i la de cantidad. El manual de las madres està destinado à dirijir, en esta materia, las primeras operaciones de la naturaleza. Ella enseña al niño que tiene un ojo i ademas otro un ojo; una oreja i ademas otra una oreja; pero Pestalozzi va mas lejos; quiere que ella comienze á dar á su hijo la idea del *número* enseñándole como debe llamar la reunion de muchos objetos que se le presentan como otras unidades distintas.

Para seguir el camino trazado por la naturaleza; esta primera operacion debe ser intuitiva. Es menester, ántes de separar del objeto la idea de su número, que el niño pueda ver este número, estrechamente ligado con el objeto. Su madre empleará, pues, para este objeto no solamente las partes de su cuerpo que pueden reunirse i formar cantidades, tales como los dedos, las uñas, las coyunturas, sino que recurrirá á otros medios esteriores. Tomará piedresitas, nueces, tablillas, etc, etc. i dirá al niño poniendole uno de estos objetos sobre la mesa, no: ved uno; sino ved una piedra, una nuez, una tablilla; despues de haber añadido una segunda: ved dos veces una piedra, es decir, dos piedras; dos veces una nuez es decir dos nueces; i asi en adelante aumentando el número de los objetos. ¿Cuál será el efecto de este procedimiento sobre el niño? Creo que puede responderse: que cuando se habrá ejercitado el niño en distinguir i en nombrar así *uno, dos, tres* las diferentes colecciones de objetos que se le presenten, no tardará en observar, que las palabras *uno, dos, tres*, permanecen siempre las mismas; mientras que las de piedra, nuez con las cuales las asocia, mudan segun que se le muestran unos ú otros de estos objetos; de aquí él llegará pronto á separar la idea del número de la cosa; i por lo mismo á elevarse á la idea abstrada de la cantidad, ó al sentimiento neto i preciso del mas ó del menos, independientemente de la naturaleza de los objetos que tiene á la vista (a).

(a) Se dirá quizá que todo esto sucederá; que sin em-

Estando así preparado el niño, se podrá empezar á iniciarlo en la instruccion intuitiva de la relacion de números.

Los diversos ejercicios de esta instruccion se hacen por medio de tres cuadros. El primero sirve para la esposicion pura i simple de las unidades indivisibles como signos representativos de cualesquiera objetos.

El segundo pone á la vista del niño unidades divididas en ½ ¼ etc. i sirve para darle idea mas exacta de las fracciones de unidades i de las relaciones de estas fracciones entre sí. El tercero representa fracciones de unidades divididas en otras fracciones.

CUADRO DE UNIDADES.

Visto orizontalmente este cuadro presenta al niño diez órdenes de líneas iguales figurando cada una, una *unidad* cualquiera.

El primer órden se compone de diez de estas líneas colocadas en diez casillas iguales.

El segundo contiene veinte que forman diez colecciones de á *dos*, colocadas en diez casillas corres-

plear medios tan minuciosos los niños aprenden naturalmente á formarse idea de la cantidad. Convengo en que repitiendo constantemente á un niño, como se hace ahora que despues de *uno*, sigue *dos, tres*, etc. se le pondrá en estado de poder determinar fácilmente el número de muchas cosas reunidas cuando las vea. ¿Pero, como se obra en él esta determinacion? Unicamente por la aplicacion que nace de la série numérica que ha memorizado, á los diversos objetos que tiene á la vista. Que se le haga pronunciar un número cualquiera, nueve, por ejemplo, sin ponerle al mismo tiempo delante, cosas á las cuales puede referirlo:—Todo lo que la palabra mueve le recordará, es; que está despues de ocho ó ántes de diez en la série de los números que le es familiar. El método tiene pues en esta parte la gran ventaja de poner una base segura en el alma del niño, i dar á la primera idea que se forma de la cantidad, una claridad á la que aun muchos aritméticos, no llegan en su vida, pondientes á las del primer órden. El tercero ofrece treinta líneas que forman diez. Visto verticalmente este mismo cuadro no representa mal diez pirámides colocadas unas al lado de las otras sobre una misma línea; cada una de diez órdenes, de los cuales el inferior está formado por diez líneas i el superior por una sola.

El objeto de este primer cuadro es el de ejercitar al niño. 1.º A ver la unidad, sea como unidad, sea como haciendo parte de una suma de unidades. 2.º A ver una suma de unidades, sea como formando ella misma una unidad, sea como haciendo parte de otra suma, i así á comparar la unidad i cada suma de unidades con otra suma, á fin de determinar exactamente sus diversas relaciones.

Se hace seguir al niño sobre este cuadro ocho cursos diferentes que se hallan esplicados mas estensamente en el libro que traza la marcha del institutor.

Primer curso. El niño aprende á contar las unidades que se hallan en cada órden i á nombrar sus diferentes reuniones. Mostrándole el primer órden compuesto de diez unidades aisladas, se le hace decir, poniendo el dedo sobre la primera raya, uno; despues sobre la segunda, dos veces uno; despues tres veces uno, hasta diez veces uno. Pasando despues al segundo órden compuesto de diez reuniones de á dos rayas, se le dice, mostrándole la primera casilla: ved aquí dos veces uno hacen una vez dos. I se repite la misma cosa con las nueve casillas siguientes. I cuando el niño ha comprendido que cada una de las diez reuniones que tiene á la vista debe llamarse dos, se vuelve á la primera casilla i se le hace decir una vez dos, dos veces dos, &c. Se recorren con el mismo cuidado los diez órdenes, despues de lo cual se le ejercita en decir, á un golpe de vista,

cuantos doses, treses, &a, hai en una seccion cualquiera de cada órden hasta que pueda responder fácilmente i con exactitud á la primera señal.

Segundo curso. En él aprende el niño á ver cada unidad como una fraccion de la reunion de que hace parte. Así ve que, en el segundo órden, que cada unidad es la mitad de dos: que en el tercero es la tercera parte de tres; que en el cuarto es la cuarta parte de cuatro, &c. Mostrándole en el segundo órden la primera raya de la primera casilla, se le dice, uno es la mitad de dos; despues, tomando la casilla entera; dos veces uno hacen una vez dos; despues, añadiendo la tercera raya i la primera de la segunda casilla, tres veces uno hacen una vez dos, i la mitad de dos; i así en adelante, hasta veinte veces uno hacen diez veces dos. Se recorren de la misma manera los diez órdenes, i cuando esta operacion haya venido á ser familiar al niño, se vuelve á empezar en sentido inverso; es decir, que en vez de hacerle decir, tres veces una hacen una vez dos, i la mitad de dos, se debe decir, una vez dos i la mitad de dos, son tres veces uno. I despues de haberse ejercitado de estas dos maneras en los diez órdenes, se le dirijen entonces indiferentemente preguntas á las cuales está en estado de responder con la mayor prontitud. Se le pregunta, por ejemplo, 37 veces uno cuantas hacen de veces cinco, i al instante responderá sin vacilar, 37 veces uno son siete veces cinco i dos veces la quinta parte de cinco. El niño ve en efecto en el órden de los cincos, que 35 veces uno hacen 7 veces cinco, i para completar 37 veces uno no hai mas sino tomar ademas dos veces la quinta parte de cinco, en la casilla siguiente. Con la misma exactitud responderá á la pregunta si se le propone de una manera inversa, es decir, si se le pregunta, siete veces cinco, i dos veces la quinta parte de cinco, cuantas hacen de veces uno: dirà al instante, 37.

Tercer curso. En este el niño aprende à ver las relaciones que existen entre diferentes colecciones de unidades, à combinar un cierto número de doces contra la cantidad de treses que le es correspondiente, de los cincos contra los seises, sietes etc.

Para esto se le hace obrar con el mismo número sobre dos órdenes diferentes; se le hace observar en el de los doses, que tres veces dos son seis veces uno; i pasando en seguida al órden de los treses, se le muestra que seis veces uno son dos veces tres. Luego que el niño ha corrido asi dos, á dos, los diez órdenes en toda su estension, i comparado sucesivamente cada uno con los otros nueve, entonces està en estado de responder à todas las preguntas de la naturaleza siguiente. ¿Cuantas veces 7 hai en seis veces cuatro? 6 veces 4, dirà son tres veces 7, i tres veces la 7.ª parte de *siete*. ¿Cómo lo ha hallado U? Viendo en el renglon de los *cuatros*, que seis veces cuatro son veinte i cuatro veces uno, i en el de los sietes que veinte i cuatro veces una, i en el de los sietes que veinte i cuatro veces uno son 7, i tres veces là 7.ª parte de *siete*.

Cuarto curso. En este se toman séries de números que puedan dividirse en $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ hasta $\frac{1}{10}$ sin dejar fracciones. Se hace observar al niño cuantas unidades encierran estas $\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}\,\frac{1}{4}$ etc, i el debe hallar cuantas unidades contienen dos, tres, cuatro, cinco, etc. de estos $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$.

Ejemplo, se pregunta, ¿diez veces la cuarta parte de ocho cuantas veces uno son? El niño acaba de aprender que la cuarta parte de ocho contiene dos unidades: dirá, pues, diez veces la cuarta parte de ocho son diez veces dos; luego diez veces dos, son veinte veces uno.

Otro ejemplo: ¿ocho veces la séptima parte de sesenta i tres cuantas veces uno son? El niño sabe que la séptima parte de sesenta i tres es nueve: dirá, pues, ocho veces la séptima parte de 63, son ocho veces 9; 8 veces 9 son 72 veces uno.

Quinto curso. En este ejercicio se compara un número de unidades mas pequeño con otro mas grande, para mostrar al niño sus relaciones de la manera mas simple posible.

Ejemplo en el primer òrden: se hace comparar al niño una unidad con dos, tres, cuatro unidades, i se le hace observar que uno es la $\frac{1}{2}$ de dos, $\frac{1}{3}$ la tercera parte tres, i $\frac{1}{4}$ la cuarta parte de 4, etc.

Ejemplo en el segundo òrden: se muestra al niño la relacion de 2 á 4, à 6, á 8, á 10 etc.

Cuando ha recorrido asi los diez órdenes se le hacen preguntas bajo dos formas diferentes: se le pregunta, ¿de qué número de unidades es dos la $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ etc, parte; ó bien, qué parte forman dos unidades de 4, de 6, de 8, etc.

Sesto curso. Este curso es solamente una estension mayor del precedente.

Se acaba de comparar una unidad con muchas unidades, un dos con muchos doses: aqui se comparan en el primer renglon muchas unidades con muchas unidades; en el segundo un número de unidades que se ofrecen à la vista dispuestas en colecciones de á dos, con otro número de unidades iguales; i asi en adelante en los demás órdenes. Esta nueva operacion ofrece el resultado siguiente. Cuando, por ejemplo, en el segundo órden, se pregunta al niño, ¿cuatro unidades cuantas veces son la séptima parte de catorce unidades? responderá al instante, cuatro unidades son dos veces la séptima parte de catorce unidades. Si se exije que lo demuestre, pondrá una mano sobre la cuarta unidad, i la otra sobre la catorce, i dirà 4 veces una son dos veces dos, catorce veces una son 7 veces 2, luego dos veces dos, ó cuatro unidades, son doce veces la sétima parte de 7 veces 2, ó catorce unidades. Se podrá tambien preguntarle, ¿14 veces la sesta parte de 36 cuantas veces contiene la quinta parte de 20? Responde: 14 veces la sesta parte de 36 contiene veinte i una vez la quinta parte de veinte. Para probarlo mostrará en el sesto órden del cuadro, que la sesta parte de 36 es 6, que 14 veces la sesta parte de 36, ó 6, es igual à 84. Pasando en seguida al cuarto renglon mostrará que la quinta parte de 20 es 4. Luego 84 es igual à 21 veces 4, pues 14 veces la sesta parte de treinta i seis, ú 84, contiene 21 veces la quinta parte de 20, ó 4.

Septimo curso. Asi como el niño ha aprendido exactamente, en el 5.° curso, à ver en el primer renglon: de qué número de unidades es uno la $\frac{1}{2}$ la $\frac{1}{3}$ la $\frac{1}{4}$ etc; en el segundo, de qué número es dos la $\frac{1}{2}$ la $\frac{1}{3}$ la $\frac{1}{4}$ etc, ¿asi de 3, de 4 etc.; aprende en el 7.° curso à obrar simultáneamente en los diez órdenes, i à determinar en el instante de qué número es la mitad, el tercio, el cuarto, etc, cada una de las colecciones contenidas en las diez primeras casillas.

El resultado de este ejercicio es el de conducir al niño à un sentimiento de las relaciones de los números entre ellos, tan claro i tan fuertemente grabado, por la *intuicion*, que tiene una regla segura para hallar en toda la série de los números los que están entre sí en una proposicion igual à la que pueden ofrecer ciertos números dados sean cuales fueren. Pero para llegar á este punto se emplea el cuadro de una manera diferente. Hasta aqui los cálculos se han hecho comenzando cada renglon de izquierda à derecha; ahora se recorren de arriba à abajo.

Ejemplo: Señalando las dos primeras unidades del primer renglon contenidas en las dos primeras

casillas, se dice: *uno* es la mitad de dos veces uno ó de *dos*: despues, señalando las cuatro primeras unidades del segundo renglon, contenidas tambien en las dos primeras casillas, se dice: *una vez dos* es la mitad de dos veces 2 ó de 4; en el tercer renglon, una vez tres es la mitad de dos veces tres ó de 6, i asi se continúa hasta el décimo órden. En este se señalan tambien las dos primeras casillas, i se dice: una vez diez es la mitad de dos veces 10 ó de 20; hecho esto, se sigue el mismo procedimiento tomando las tres primeras unidades del primer renglon contenidas en las tres primeras casillas, i se dice: una vez uno es la tercera parte de tres veces uno ó tres: en el segundo renglon, una vez dos es la tercera parte de tres veces dos, ó de seis; i asi en adelante hasta el décimo órden en que el niño ve, que una vez diez es la tercera parte de tres veces diez, ó treinta. Se continúa volviendo à tomar cuatro unidades del primer órden i operando lo mismo en todos ellos, i en todas las columnas, hasta que se concluye enteramente el cuadro.

De este modo el niño aprende, que la relacion de uno à dos es la misma que de dos à cuatro; de tres à seis de 4 à 8; de 5 à 10.

De este conocimiento á la enunciacion de esta relacion no hai sino un paso; i pronto dirá, conociendo perfectamente lo que espresa: 1 es à 2 como 2 es à 4, como 3 es à 6, etc. 4 es à 16 como 9 à 36, como 10 à 40.

Octavo curso. Este curso es una estension del precedente. El niño acaba de aprender la relacion de números de los cuales uno está compuesto de una sola coleccion de unidades; aqui ve la relacion de números compuestos de muchos *unos*, de muchos *doses treses* etc. lo que le conduce á resultados mucho mas complicados, pero enteramente claros para él.

SEGUNDO CUADRO.

El cuadro de las unidades cuyos usos se acaban de indicar, presenta cada unidad como un objeto simple, i no dividido. En el segundo cuadro las unidades se representan como objetos divisibles, cuyas diversas fracciones forman diversas partes, i sumas de parte de unidades. Los ejercicios à que dà lugar son enteramente semejantes à los del precedente, pero adquieren mucha mas estencion que la fraccion de la unidad.

Este segundo cuadro està dividido en diez òrdenes de cuadrados siguales.

El primer òrden està compuesto de diez cuadrados vacios que se presentan al niño como *enteros*. El segundo òrden ofrece tambien diez òrdenes, pero divididos por una vertical en dos partes iguales: se manifiesta al niño cada una de estas partes como la mitad de un cuadrado. El tercer òrden contiene diez cuadrados, divididos por dos verticales en tres partes iguales que el niño aprende à llamar *tercios*. Los cuadrados del cuarto òrden estàn divididos por tras verticales en cuatro partes iguales, que son *cuartos*; i así en adelante hasta el 10.° òrden, en que cada cuadrado presenta *décimos*.

Se hacen practicar al niño en este cuadro doce ejercicios diferentes, pràctica que le conduce à resultados tales que es menester verlos para creerlos, i esto por una série de operaciones tan simples, tan claras, i que nacen tan necesariamente las unas de las otras, como las del cuadro precedente.

En el analisis que se acaba de trazar del cuadro de las unidades parece que se ha puesto al lector en estado de juzgar esta parte del *mètodo*.

Ha podido observar con què seguridad se eleva de los principios mas simples à operaciones mui complicadas; pero cuya graduacion es sin embargo tal, que el niño no pierde el hilo.

La marcha del 2.° cuadro es lo mismo de sencilla i segura. Conduce al niño à operar sobre fracciones tan fácilmente como acaba de hacerlo con las unidades. Para no salir de los límites prescritos à una simple esposicion, no se detallarán todos los grados que se hacen correr al niño en esta nueva escala; i solo se indicaràn las cinco primeras divisiones, añadiendo algunos ejemplos de los resultados que pueden obtenerse.

1.er Grado. El niño aprende à ver el cuadrado: 1.° como una unidad ó cantidad indivisible que se llama *entero*: 2.° como un entero dividido en dos, tres, cuatro, hasta diez partes. 3.° A nombrar estas diversas partes siguiendo la relacion que tienen con el entero. 4.° A compararlas entre sí para juzgar de sus valores relativos. 5.° A determinar el número necesario de cada una de ellas para formar un entero.

2.° Grado. El niño aprende à determinar el número de mitades, tercios, cuartos que pertenecen à un nùmero dado de enteros: i lo mismo à formar enteros con un número determinado de mitades, de tercios, de cuartos, etc.

Ejemplo de las preguntas à las cuales puede responder el niño.

En el segundo òrden.

P. Cuàntas mitades tienen cinco enteros?
R. Diez mitades.
P. Cinco mitades cuàntos enteros componen?
R. Dos enteros i la mitad de un entero.

En el tercer òrden.

P. Cuàntos tercios tienen ocho enteros?
R. Veinte i cuatro tercios.

P. Cuantos enteros componen treinta i un tercios?

R. Diez enteros i la tercera parte de un entero.

3.er Grado. Aquí el niño aprende, 1.° A mirar una mitad no solamente, como la mitad de un entero, sino tambien como la 3.a, la 4.a, la 5.a parte de un número dado de mitades.

2.° A mirar un tercio, no solamente como la 3.a parte de un entero, sino tambien como la mitad, la 4.a, la 5.a la 6.a parte de un número dado de tercios.

3.° A mirar un cuarto, no solamente como la 4.a parte de un entero, sino tambien como la mitad, la 3.a la 6.a parte de un número dado de cuartos; i así en adelante hasta el décimo. En este ejercicio el niño considera desde luego la $\frac{1}{2}$ el $\frac{1}{3}$ el $\frac{1}{4}$ etc. fuera de su relacion con el entero, i los refiere en seguida á esta misma relacion.

Ejemplos de las preguntas á las cuales puede responder.

P. Cuantas veces tres mitades hacen cuatro enteros i la mitad de un entero?

R. Tres veces tres mitades. Pruébase en el segundo órden. 4 enteros i la mitad de un entero hacen 9 mitades; 9 mitades son tres veces 3 mitades.

P. Tres veces tres mitades i dos veces la tercera parte de tres mitades, cuantos enteros componen?

R. Cinco enteros i la mitad de un entero. Pruébase en el mismo órden. Tres veces tres mitades i dos veces la tercera parte de tres mitades, son once mitades: once mitades son cinco enteros i la mitad de un entero.

P. Cuantas veces siete tercios, componen nueve enteros i dos veces la tercera parte de un entero?

R. Cuatro veces siete tercios i la sétima parte de siete tercios. Se prueba en el tercer órden. Nueve enteros i dos veces la tercera parte de un entero son

veinte i nueve tercios. Veinte i nueve tercios son cuatro veces siete tercios i la sétima parte de siete tercios.

Cuarto grado. Aquí el niño aprende á indicar, cual es la mitad ó bien, el tercio, el cuadro etc. de un número dado de enteros.

PREGUNTAS.

P. Cual es la mitad de siete enteros?

R. Tres enteros i medio. Se prueba en el segundo órden. La mitad de un entero es una mitad; la mitad de siete enteros son siete mitades, i siete mitades son tres enteros i medio.

P. Cual es la tercera parte de diez enteros?

R. Tres enteros i un tercio. Se prueba en el tercer órden. La tercera parte de un entero, es un tercio: la tercera parte de diez enteros, son diez tercios; i diez tercios son tres enteros i un tercio.

P. Cual es la cuarta parte de once enteros?

R. Dos enteros i tres cuartos. Se prueba en el cuarto órden. La cuarta parte de un entero es un cuarto. La cuarta parte de once enteros son once cuartos.

P. Cual es la novena parte de treinta enteros?

R. Tres enteros i tres novenos. Se prueba en el noveno órden. La novena parte de un entero es un noveno. La novena parte de treinta enteros son treinta novenos, i treinta novenos son tres enteros i tres novenos.

Quinto grado. El niño acaba de aprender en el ejercicio precedente lo que es la mitad, el $\frac{1}{3}$ el $\frac{1}{4}$ etc. de un número cualquiera de enteros; aquí aprende á hallar la suma de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$, de $\frac{1}{4}$ que será producida por una fraccion determinada de un entero tomada 2, 3, 4, 5, veces, i al mismo tiempo cuantos enteros componen esta suma.

101

P. Cuanto componen siete veces la mitad de un entero?

R. Tres enteros i medio. Se prueba en el segundo órden. La mitad de un entero es una mitad. Siete veces la mitad de un entero son siete veces una mitad. Siete veces una mitad son siete mitades, i siete mitades son tres enteros i medio; luego siete veces la mitad de un entero son tres enteros i medio.

P. Qué suma de enteros resultarà si se toma doce veces la mitad de cuatro enteros?

R. Veinte i cuatro enteros. Se prueba en el segundo órden. La mitad de cuatro enteros son cuatro mitades Doce veces cuatro mitades son cuarenta i ocho mitades, i cuarenta i ocho mitades son veinte i cuatro *mitades*, luego etc.

TERCER CUADRO.

P. Qué suma de enteros resultarà si se toma siete veces la dècima parte de quince enteros?

R. Diez enteros i cinco décimos. Se prueba sobre el décimo órden. La dècima parte de un entero es un décimo. La décima parte de quince enteros son quince décimos. Siete veces quince décimos son ciento i cinco dècimos; ciento i cinco dècimos son diez enteros i cinco dècimos, luego etc.

El tercer cuadro està destinado á presentar al niño fracciones de unidades divididas en otras fracciones; es pues una estension del precedente. No difiere de él, sino en que ademàs de las divisiones verticales, tiene tambien horizontales que cortan las fracciones del cuadrado en fracciones de quebrados.

Este cuadro està compuesto como el precedente de diez órdenes, cada uno de diez cuadros. El primer

cuadrado del primer órden no està dividido, los nueve siguientes lo están por horizontales desde dos hasta en diez partes iguales. El primer cuadrado del segundo òrden està dividido por una vertical, i sucede lo mismo con las nueve siguientes, que tienen ademàs, las mismas horizontales que se acaban de observar en el primer órden. Por medio de esta doble division se encuentra en este cuadro una série de fracciones que se eleva desde las mitades hasta las vijésimas. Por una division anàloga, la série de fracciones del tercer órden se eleva hasta las trijésimas: las del cuarto hasta cuadrajèsimas, i así en adelante hasta el décimo órden en que se llega à centèsimas. No se entrará en el detalle de las operaciones à que puede dar lugar este nuevo medio. Bastará decir que lo que se haga, es una consecuencia necesaria de los ejercicios con que se ha familiarizado el niño en los dos primeros cuadros, i que no tiene sino que seguir la marcha que se le ha trazado, para llegar al punto de no encontrar ninguna cuestion relativa al cálculo de las fracciones que no esté en estado de resolver.

Es así en particular que èl puede descubrir la relacion de fracciones diferentes i reducir estas últimas á un denominador comun, de la manera mas pronta i al mismo tiempo mas sensible. Para esto no tiene mas que buscar en el cuadro un cuadrado que tenga á la vez en su division perpendicular un número de rectángulos igual al del denominador de una de las fracciones; i en su division horizontal, un número de rectángulos igual al denominador del otro. Este cuadrado se presenta entonces como un entero, cuyas partes, que son el producto de sus divisiones, pueden adaptarse igualmente á cada una de las fracciones. Para reducir las fracciones a un mismo denominador, no tiene pues el niño mas que ver, cual es su relacion con el entero, ò cuantas partes del entero contiene cada una de ellas. Un ejemplo de los mas sencillos aclarará esto.

Hai dos fracciones, $\frac{4}{9}$ i $\frac{5}{7}$, i es preciso darles un denominador comun. Se busca en el cuadro, aquel cuadrado que està dividido por 8 verticales en 9.os i por seis horizontales en 7.os i que contiene 63 pequeños rectàngulos, (véase el 7.o cuadrado del 9.o órden) se toma por primera fraccion, en la division vertical, tantos 9.os como hai unidades en el numerador, es decir 4 i veo que estos $\frac{4}{9}$ contienen 28 pequeños rectàngulos ó $\frac{28}{63}$, se hace lo mismo con la segunda fraccion i se toma en la division horizontal tantos 7.os, como hai unidades en el numerador, es decir 5, lo que dá $\frac{45}{63}$. La relacion de las dos fracciones $\frac{4}{9}$ i $\frac{5}{7}$ reducidas á un mismo denominador 63, es, pues, la misma que la de 28 á 45.

Lo que se acaba de esponer en muchas palabras, los discipulos de Pestalozzi pueden hacerlo en un abrir i cerrar de ojos, i estos no solo con dos fracciones, sino con un mayor número, no solamente consultando el cuadro, sino de memoria.

Si se les dan dos fracciones cuyos tèrminos pasen de 10, i salgan de los limites del cuadro, siempre hacen la operacion. Supónganse $\frac{14}{19}$ i $\frac{12}{13}$ que deben reducirse á un mismo denominador; al instante se figuran un cuadrado dividido por 18 verticales i 12 horizontales que les dá 247 pequeños rectàngulos i el resto lo obtienen fàcilmente. Si se les pregunta aun: i qué relacion tiene con el entero la 8.a parte de un 24.o? se figuran un cuadrado divido por 23 verticales en 24 partes i por 7 horizontales en 8 partes i ven que la 8.a parte de un 24.o es la 192.a parte del entero.

Con la ayuda de este cuadro es que pueden responder á preguntas de la naturaleza de las dos siguientes.

Supóngase que la relacion de un entero i $\frac{3}{7}$ à un número desconocido, es semejante á la relacion de un entero i $\frac{3}{8}$ à un entero i $\frac{4}{7}$.... i cual será este número desconocido?

Supóngase que tres veces la 5.a parte de un número desconocido, es 9. veces la 10.a parte de un segundo nùmero, del cual solamente se sabe que un entero i $\frac{2}{3}$ son 3 veces la 4.a parte: cuales seràn estos nùmeros, i de cuantos enteros serà la suma de los dos 5. veces la 8.a parte?

En el sistema de Pestalozzi, la instruccion intuitiva por relacion de los nùmeros debe elevarse por tres grados mui distintos.

1.o El cálculo intuitivo propiamente dicho, ó la marcha de los cuadros.

2.o La fuerza de pensar i de combinar que de él resulta aplicada à los objetos reales.

3.o Las cifras empleadas como medio de alivio para el càlculo.

Los diversos cursos que debe hacer el niño sobre los cuadros i de los cuales se ha dado el bosquejo, no forman pues, sino la primera tarea del institutor. Es menester ademas, que à medida que el niño llega à poseer claramente uno de estos cursos, su maestro lo ejercite en hacer la aplicacion de él à los objetos reales, dirijiéndole preguntas para la solucion de las cuales no tenga que emplear las fórmulas que acaban de serle inculcadas. Los ejemplos siguientes pueden servir de regla para las preguntas que deben hacerse, tomadas de los ejercicios del primer cuadro al cual es preciso volver.

Segundo curso. P. Si se toman en un plato dos veces 7 nueces, i 5 veces la 7.a parte de 7 nueces cuantos nueces habrá?

R. 19. Por qué? Porqué 2 veces 7 son 14 veces 1; la 7.a parte de 7 es una i 5 veces la 7.a parte de 7, son 5 veces 1; luego 14 veces 1 i 5 veces 1 son 19 veces 1.

P. Si hai 39 cerezas, cuantas veces 8 cerezas i 5 veces la 8.ª parte de 8 habrá en las 39 cerezas?

R. 3 veces. Por qué? Porque 8 cerezas i 5 veces la 8.ª parte de 8 cerezas son 13 cerezas; i 39 contiene á 13 tres veces.

Tercer curso. P. Cuantas veces 8 dias darán 5 semanas i la 7.ª parte de una semana?

R. 4 veces 8 dias i 4 veces la 8.ª parte de 8 dias. Por qué? Porque 5 semanas son 5 veces 7 dias ó 35 dias: la 7.ª parte de una semana es un dia 35, dias i 1 dia son 36 dias; luego 36 son 4 veces 8 i 4 veces la 8.ª parte de 8.

Cuarto curso. P. Si se da tres veces la 5.ª parte de 35 francos; cuantas veces habrá la 9.ª parte de 27 francos?

R. 3 veces. Por qué? Porque la 5.ª part de 35 es 7 i 3 veces la 5.ª parte de 35 son 3 veces 7 ó 21; la 9.ª parte de 27 es 3, porque 21 son 7 veces 3.

Quinto curso. P. De cuantas veces 4 mansanas, 8 son la 9.ª parte?

R. 18 veces. Por qué? Porque 8 mansanas son la 9.ª parte de 8 veces 9 mansanas ó 72 i 72 son 18 veces 4.

Sesto curso. P. Yo tengo 9 pesos i mi compañero 15, á que parte de su plata es igual la mia?

R. A 3 veces la 5.ª parte. Por qué? Porque 9 veces 1 son 3 veces 3, i 15 veces 1 son 5 veces 3; luego 3 veces 3 es igual á tres veces la 5.ª parte de 5 veces 3. (Véase el tercer órden.)

P. Un niño tiene 27 nueces en su bolsillo, pierde los dos tercios, el número que le queda equivale á tres veces la 8.ª parte del número de nueces que tiene todavia en su casa, cual es este número?

R. 24. Por qué? Porque si ha perdido los dos tercios de sus nueces, no le queda sino un tercio, pero 27 veces 1 son 9 veces 3, el ⅓ de 9 veces 3 es 3 veces 3, i 3 veces 3 son 3 veces la 8.ª parte de 8 veces 3 ó de 24.

Sétimo curso. P. Si cinco libras de ceresas cuestan 15 sueldos, cuanto costarán 9 libras? (Véanse el 5.° i 9.° órden.)

R. 27 sueldos. Por qué? Porque 5 es á 3 veces 5 ó 15, como 9 es á tres 9 ó 27.

P. (inversa;) Si 15 mansanas cuestan 5 sueldos, cuanto costarán 27?

R. 9. Por qué? Porque 15 ó 3 veces 5 es á 1 vez 5, como 27 ó 3 veces 9 es á 1 ves 9.

Octavo curso. P. Se paga á un obrero por 16 dias de trabajo 28 francos, cuanto deberá pagársele por 42 dias? (Véanse el 4.° i el 6.° órden.)

R. 42 francos. Por qué? Porque si 16 dias cuestan 28 francos, el número de los dias es igual á 4 veces la 7.ª parte del número de los francos; 16 igual 4 veces 4, i 28 igual 4 veces 7; luego 4 veces 4 es 4 veces la 7.ª parte de 7 veces 4. 24 igual 4 veces 6, i 4 veces 6 son 4 veces la 7.ª parte de 7 veces 6 ó de 42.

Otra solucion. 16 dias igual 2 veces 8 dias, 24 dias igual 3 veces 8 dias; luego, 2 veces 8 dias son 2 veces la 3.ª parte de 3 veces 8 dias. 28 francos igual 2 veces 14 francos, i dos veces 14 francos igual dos veces la 3.ª parte de 3 veces 14 francos ó 42.

Como es seguro que se entienden estas preguntas, el institutor puede variarlas á su arbitrio i ser mas complicadas á medida que las fuerzas del niño se desarrollen. Por los problemas siguientes se verá que se han elejido, de entre los que pueden responder los discipulos mas adelantados de Pestalozzi, de memoria ó á lo menos sin otro auxilio que el de los cuadros.

1.° Un hombre ha pagado los [illegible] de su deuda, despues $\frac{1}{4}$ de la que quedaba à deber: algun tiempo despues ha pagado [illegible] del nuevo resto i debe aun por saldo L 40, ¿ cual era su deuda primitiva? L 96.

2.° Un correo parte de Berna para Paris, i hace tres millas en dos horas; seis horas mas tarde parte otro correo que hace dos millas por hora; se pregunta á que distancia del lugar de partida habrá alcanzado el segundo al primero?

R. A la distancia de 36 millas.

P. 3.° Cinco peones trabajando 10 horas por dia, caban en 7 dias un fozo de 50 pies de largo, de 7 de ancho i de 5 de profundidad. Se pregunta en cuantos dias 9 peones trabajando 8 horas por dia, habrán cabado otro fozo de 54 pies de largo, de 9 de ancho i de 4 de profundidad?

R. En 5 dias i [illegible] de dia.

Para dar una idea de la manera con que se hacen las operaciones de este jénero, se detallará esta.

Cinco peones hacen en 7 dias, 7 veces 5 igual 35 dias de trabajo, cada uno de 10 horas, que equivalen à 350 horas de trabajo. En estas 350 horas hacen un fozo de 50 pies de largo, de 7 de ancho i de 5 de profundidad, que presenta un espacio cúbico de 50 veces 7 veces 5 igual á 1750 pies cúbicos. Estos 1750 pies cúqicos han sido cabados en 350 horas, lo que da por ahora [illegible] igual à 5 pies cùbibos. La capacidad del segundo fozo se supone de 54 veces 9 veces 4 igual 1944 pies cùbicos. Si, pues los primeros trabajadores caban 5 pies cùbicos en una hora, cabarán 1944 pies cùbicos en un tiempo equivalente à [illegible] ó 388 [illegible] de hora: estas 388 horas i [illegible] divididos por 8, número de las horas empleadas por dia en el trabajo del segundo fozo, darán 48 dias i [illegible] de trabajo, i 9 trabajadores las harán en 5 dias i [illegible]

Se ha dicho que el tercer grado de instruccion intuitiva de la relacion de los número, empleaba las cifras como medio de alivio, como medio propio para facilitar operaciones todavia mas complicadas. Así à la vez que los discipulos de Pestalozzi, se adiestran en los ejercicios de los cuadros, hacen en el papel todas las diversas operaciones de aritmética simple i compuesta. Han aprendido ya en los cuadros à sumar, restar, dividir, componer i descomponer las cantidades, á conocer las relaciones de los diversos números; no se trata ya sino de familiarizarlos con el nombre i el valor de las cifras i los procedimientos abreviados que emplean los aritméticos ordinarios. Se conocerá, sin necesidad de probarlo, cuan segura debe ser aun en este respecto su marcha, cuan claramente deben conocer, no solo el *como*, sino el *por qué*, de todo lo que se les manda hacer, i que fácilmente se puede hacerlos pasar despues de la aritmética à la áljebra.

Teníamos el invierno pasado en Berthoud, decia Mr. Barraud, uno de los primeros maestros del instituto, muchos discípulos de la primera clase que estaban en estado de responder à cualquiera clase de problemas de la naturaleza de este, por la simple aritmética, i que daban razon de sus operaciones de la manera mas satisfactoria, i la mas propia para convencer al hombre menos versado en el cálculo.

Problema. Cuatro mercaderes tienen una empresa; la partida en fondo del primero és desconocida, la del segundo igual à [illegible] de la del primero, la del tercero igual á [illegible] de lás partidas del primero i del segundo, i la del cuarto igual á [illegible] dé la suma del primero i del tercero. Cada asociado suministró inmediatamente una parte de sus fondos; à saber, el 1.° [illegible]